

Модель гонки вооружений Ричардсона

Пусть в стартовый момент времени t_0 :

X_0 – объем вооружений страны X,

Y_0 – объем вооружений страны Y.

В момент времени t :

X_t – объемы вооружений страны X,

Y_t – объемы вооружений страны Y.

Уравнение Ричардсона для прироста вооружений страны X: имеет вид:

$$X_t - X_{t-1} = a \cdot Y_{t-1} - c \cdot X_{t-1} + P$$

где:

a – коэффициент прироста вооружений страны Y,

c – коэффициент износа вооружений страны X,

P – уровень недоверия страны X по отношению к стране Y.

Уравнение Ричардсона для прироста вооружений страны Y: имеет вид:

$$Y_t - Y_{t-1} = b \cdot X_{t-1} - d \cdot Y_{t-1} + Q$$

где:

b – коэффициент прироста вооружений страны X,

d – коэффициент износа вооружений страны Y,

Q – уровень недоверия страны Y по отношению к стране X.

Уравнения Ричардсона преобразуем в рекуррентные формулы:

$$X_t = a \cdot Y_{t-1} - c \cdot X_{t-1} + P + X_{t-1}$$

$$Y_t = b \cdot X_{t-1} - d \cdot Y_{t-1} + Q + Y_{t-1}$$

Они позволяют вычислять текущее значение объема вооружений каждой страны, как объем вооружений противника в предыдущем периоде, умноженный на коэффициент прироста, минус износ (амортизация) своего вооружения за прошедшее время, плюс прирост обусловленный недоверием (константа), плюс достигнутый в прошлом цикле собственный объем вооружений.

Пример 1

При начальных объемах вооружений в условных единицах:

$$X_0 = 2,5$$

$$Y_0 = 1,0$$

И коэффициентах для страны X:

$$a = 0,08$$

$$c = 0,15$$

$$P = 0,1$$

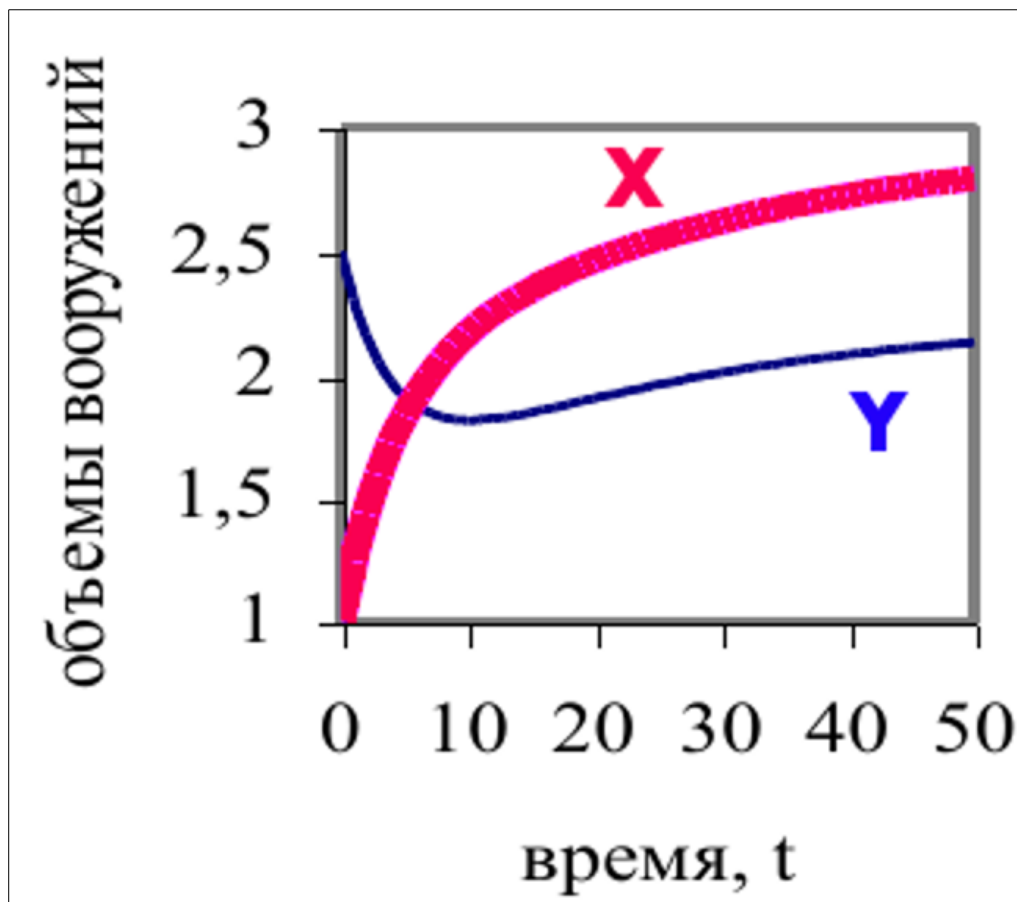
для страны Y:

$$b = 0,10$$

$$d = 0,11$$

$$Q = 0,1$$

Через 50 циклов график изменения объемов вооружений станет таким



Если между 5 и 20 циклами не случится войны — дальше положение почти стабилизируется.

Пример 2

При начальных объемах вооружений в условных единицах:

$$X_0=0$$
$$Y_0=1,0$$

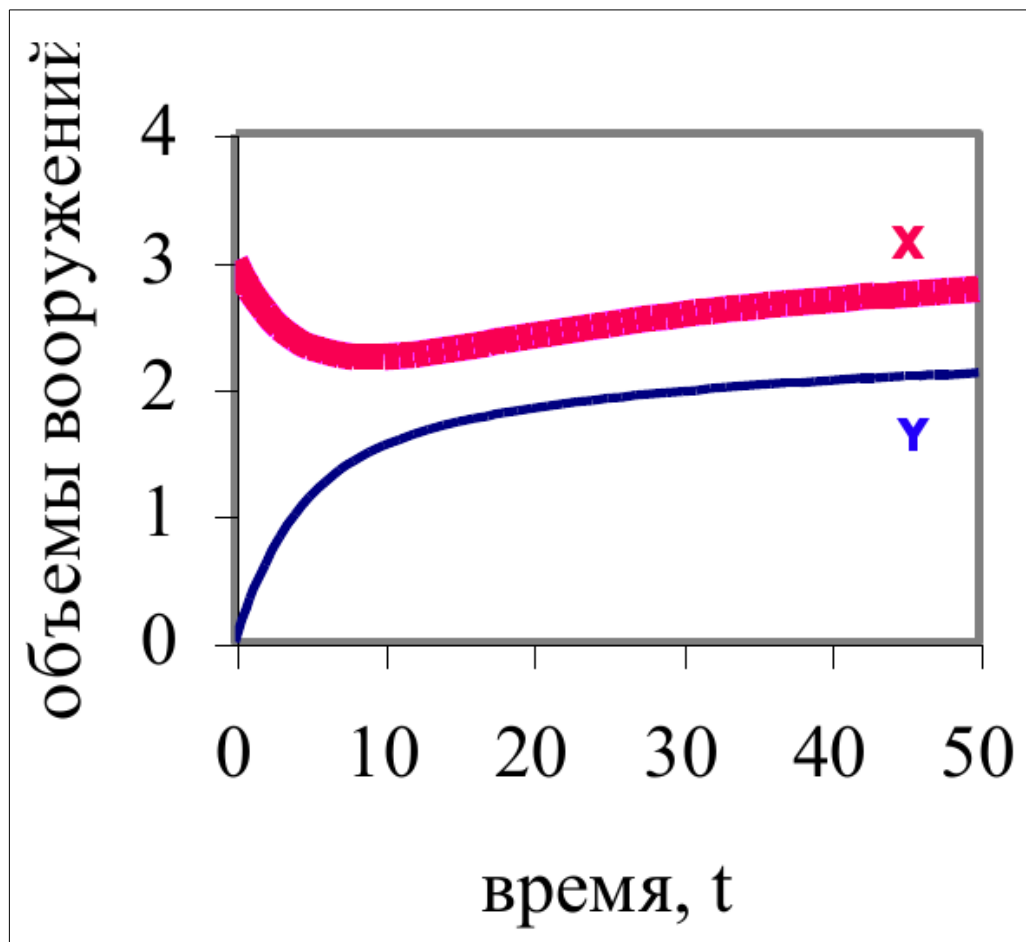
И коэффициентах для страны X:

$$a=0,08$$
$$c=0,15$$
$$P=0,1$$

для страны Y:

$$b=0,10$$
$$d=0,11$$
$$Q=0,1$$

Через 50 циклов график изменения объемов вооружений станет таким



После десятого цикла наступает равновесие — идет плавный рост (холодная война).

Пример 3

При начальных объемах вооружений в условных единицах:

$$X_0 = 2,5$$

$$Y_0 = 1,0$$

И коэффициентах для страны X:

$$a = 0,08$$

$$c = 0,15$$

$$P = 0$$

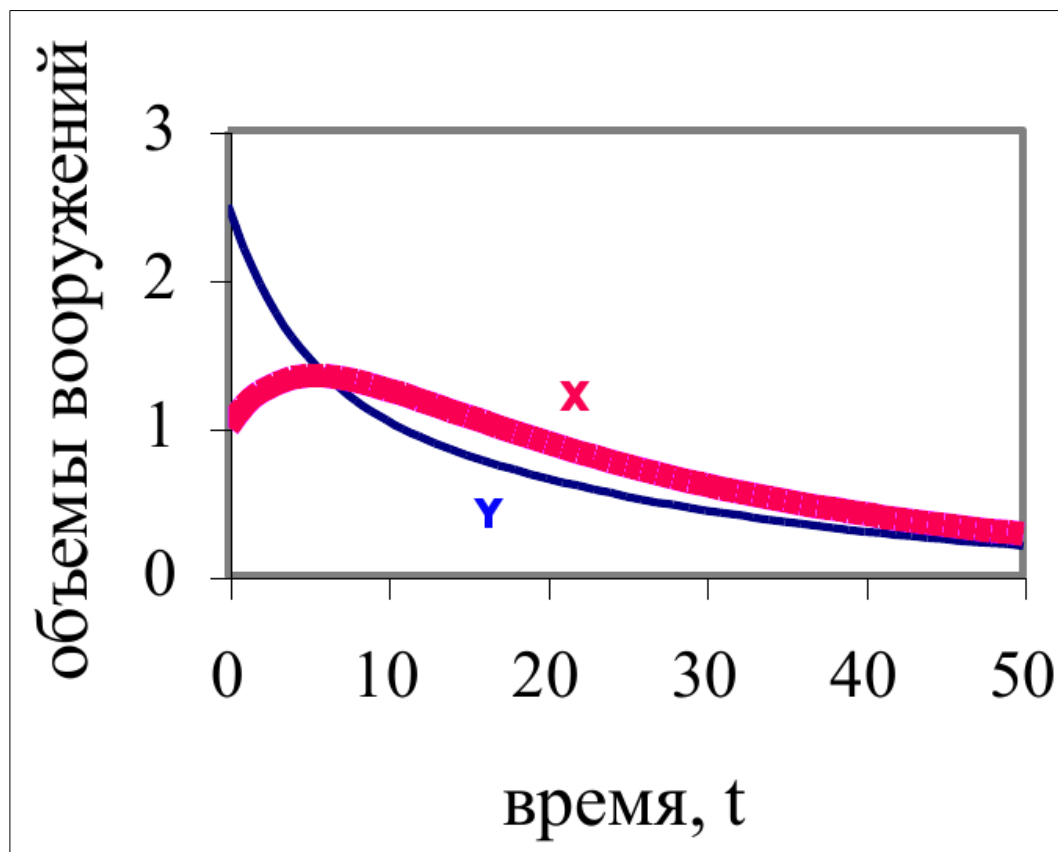
для страны Y:

$$b = 0,10$$

$$d = 0,11$$

$$Q = 0$$

Через 50 циклов график изменения объемов вооружений станет таким



Объемы вооружений стремятся к нулю. В пределе наступает взаимное разоружение.

Можно показать, что условием неограниченного роста вооружений является выполнение неравенства:

$$c \cdot d < a \cdot b$$

Напротив, если выполнено противоположное неравенство (произведение коэффициентов амортизации больше произведения темпов ответного наращивания), вооружения стремятся к своим предельным значениям:

Страна X:

$$\frac{aQ + dP}{cd - ab}$$

Страна Y:

$$\frac{bP + dQ}{cd - ab}$$

Источник: Учебные материалы кафедры МЭИТ МГИМО,
<http://www.limm.mgimo.ru/limm/inform/excel03.pdf>